

3.1 Kuuluvatko seuraavat joukot välin $(0, 1)$ Borelin sigma-algebraan $\mathcal{B}_{(0,1)}$:

- (a) $(1/4, 3/4)$,
- (b) $[1/4, 3/4]$,
- (c) $\{\pi/4\}$,
- (d) $\{1/5, 2/5, 3/5, 4/5\}$,
- (e) $(0, 1) \cap \mathbb{Q}$?

3.2 Olkoon P määritelty kaavalla $P((-\infty, x]) = F(x)$, $x \in \mathbb{R}$, missä

$$F(x) = \frac{1}{4}1_{[0,\infty)}(x) + \frac{1}{2}1_{[1,\infty)}(x) + \frac{1}{4}1_{[2,\infty)}(x),$$

Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:

- (a) $A = (-1/2, 1/2)$,
- (b) $B = (-1/2, 3/2)$,
- (c) $C = (2/3, 5/2)$,
- (d) $D = [0, 2)$,
- (e) $E = (3, \infty)$.

3.3 Olkoon P määritelty kaavalla $P((-\infty, x]) = F(x)$, $x \in \mathbb{R}$, missä

$$F(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^i} 1_{[1/i, \infty)}(x).$$

Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:

- (a) $A = [1, \infty)$,
- (b) $B = [\frac{1}{10}, \infty)$,
- (c) $C = \{0\}$,
- (d) $D = [0, 1/2)$,
- (e) $E = (-\infty, 0)$,
- (f) $G = (0, \infty)$.

Jatkuu seuraavalla sivulla...

3.4 Olkoon $\mathcal{C} = \{C_1, C_2\}$, missä C_1 ja C_2 ovat otosavaruuden Ω erillisiä epätyhjiä osajoukkoja. Selvitä, mitkä joukot kuuluvat \mathcal{C} :n virittämään sigma-algebraan $\sigma(\mathcal{C})$.

3.5 Olkoon X numeroituvan otosavaruuden satunnaismuuttuja, jolle $X^2 \in \mathcal{L}^1(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Todista, että X :n varianssi voidaan laskea kaavasta

$$\sigma_X^2 = E\{X^2\} - (E\{X\})^2.$$