Jyväskylän yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
MATA261 Johdatus stokastiikkaan

Laskuharjoitus 5
Ti 12.2.2013
L. Leskelä & M. Kuronen

5.1 Olkoon X satunnaismuuttuja, jolle $X(\omega) = c$ kaikilla ω.

(a) Onko X yksinkertainen s.m.?

(b) Onko X positiivinen s.m.?

(c) Onko X integroituva s.m.?

(d) Laske X:n odotusarvo suoraan odotusarvon määritelmästä.

(e) Laske X:n jakaumamitta P^X.

5.2 Olkoon Ω jokin joukko, $\mathcal{A} = \{\Omega, \emptyset\}$, ja olkoon X reaaliarvoinen kuvaus joukolla Ω.

(a) Perustele itsellesi (ja muille), että $\mathcal{A}$ on sigma-algebra.

(b) Tutki, millainen X:n arvojoukon $X(\Omega)$ tulee olla, jotta X olisi mitallinen kuvaus $(\Omega, \mathcal{A}) \to (\mathbb{R}, \mathcal{B}_\mathbb{R})$.

5.3 Laske odotusarvo ja varianssi satunnaismuuttujalle θ, jonka jakauma on

$$P^\theta = \frac{1}{3}\delta_7 + \frac{2}{3}\delta_9.$$

5.4 Olkoon $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \to (\mathbb{R}, \mathcal{B}_\mathbb{R})$ satunnaismuuttuja, joka saa arvokseen kunkin parillisen luvun väliltä $[1, 10]$ tn:llä 10 % ja muuten arvon nolla.

(a) Selvitä $X(\Omega)$.

(b) Etsi luvut x_i ja p_i, joiden avulla X:n jakaumamitta P^X voidaan esittää Diracin pistemassojen avulla muodossa

$$P^X = p_1\delta_{x_1} + \cdots + p_n\delta_{x_n}.$$

5.5 Todista, että $|E\{X\}| \leq E\{|X|\}$ jokaiselle integroituvalle satunnaismuuttujalle X.