

3.1 *Tulon odotusarvo.* Keksi esimerkki kahdesta satunnaismuuttujasta, joille

- (a) $E(XY) = E(X)E(Y)$,
- (b) $E(XY) \neq E(X)E(Y)$.

3.2 *Äärettömän joukon tasajakauma.* Halutaan poimia satunnainen luku joukosta $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ siten, että jokainen luku on yhtä todennäköinen. Onko tällainen valinta mahdollista suorittaa? Mikä tällöin on todennäköisyys, että saadaan luku 7?

3.3 *Poisson-jakauman odotusarvo ja varianssi.* Olkoon N Poisson-jakautunut satunnaismuuttuja parametrilla $\lambda > 0$. Laske

- (a) $E(N)$,
- (b) $\text{Var}(N)$.

3.4 *Vahinkovakuutusyhtiön kassa.* Vakuutusyhtiöllä 100 000 vahinkovakuutusasiakasta, ja kunkin vakuutus sopimuksen hinta on 360 euroa vuodessa. Tilastollisen arvion mukaan yritys joutuu vuoden kunkin kuukautena korvaamaan vahinkoja keskimäärin 2.5 MEUR arvosta, ja kuukausittaisen korvausmäärän keskihajonnaksi on arvioitu 1.8 MEUR. Vakuutusyhtiön kassassa on tällä hetkellä 50 MEUR edestä varoja.

- (a) Laske yhtiön odotettu kassavaranto vuoden kuluttua.
- (b) Arvioi Chebyshevin epäyhtälön avulla todennäköisyyttä sille, että yhtiön kassavaranto on vuoden kuluttua 10 MEUR negatiivinen.

3.5 *Suurten lukujen laki ei aina toteudu.* Tarkastellaan kahta kokoelmaa satunnaismuuttujia, joille pätee

- $\{X_1, X_2, \dots\}$ ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita, ja $E(X_1) = 1$.
- $\{Y_1, Y_2, \dots\}$ ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita, ja $E(Y_1) = 2$.

Heitetään aluksi kolikkoa ja määritellään

$$S_n = \begin{cases} X_1 + X_2 + \dots + X_n, & \text{jos saadaan kruuna,} \\ Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n, & \text{jos saadaan klaava.} \end{cases}$$

Näytä, että

- (a) $E(S_n/n) = 3/2$.
- (b) $P(|S_n/n - 3/2| > 1/4)$ ei suppene nollaan kun n kasvaa.
- (c) Onko ylläoleva havainto ristiriidassa suurten lukujen kanssa?