

4.1 *Poisson-jakauma.* Olkoon X Poisson-jakautunut satunnaismuuttuja parametrilla $1/3$. Laske

- (a) $P(X \geq 2)$,
- (b) $P(X \geq 2 \mid X \geq 1)$,
- (c) $E(X!)$.

4.2 *Poisson-jakauman odotusarvo ja varianssi.* Olkoon X Poisson-jakautunut satunnaismuuttuja parametrilla $\lambda > 0$. Laske a) $E(X)$, b) $\text{Var}(X)$.

4.3 *Velallisen pelurin vararikko.* Hannu on hävinnyt kasinolla 100 euron viikkorahansa. Jatkaakseen pelaamista Hannu pyytää ystävältään Tiinalta 300 euroa lainaksi ja lupaa maksaa velkansa 15 prosentin korolla takaisin, mikäli onnistuu pääsemään kasinolla omilleen. Mikäli Hannu häviää myös lainaamansa 300 euroa, on Tiinan turha toivoa rahojaan takaisin. Hannu pelaa rulettipeliä, jossa hän kullakin kierroksella voittaa euron tn:llä $p = 18/37$ ja häviää euron tn:llä $q = 1 - p$. Kannattaako Tiinan suostua lainapyyntöön?

4.4 *Vahinkovakuutusyhtiön kassa.* Vakuutusyhtiöllä 100 000 vahinkovakuutusasiakasta, ja kunkin vakuutus sopimuksen hinta on 360 euroa vuodessa. Tilastollisen arvion mukaan yhtiö joutuu vuoden kunkin kuukautena korvaamaan vahinkoja keskimäärin 2.5 MEUR arvosta, ja kuukausittaisen korvausmäärän keskihajonnaksi on arvioitu 1.8 MEUR. Vakuutusyhtiön kassassa on tällä hetkellä 50 MEUR edestä varoja.

- (a) Laske yhtiön odotettu kassavaranto vuoden kuluttua.
- (b) Arvioi Chebyshevin epäyhtälön avulla todennäköisyyttä sille, että yhtiön kassavaranto on vuoden kuluttua 10 MEUR negatiivinen.

4.5 *Suurten lukujen laki ei aina toteudu.* Tarkastellaan kahta kokoelmaa satunnaismuuttujia, joille pätee

- $\{X_1, X_2, \dots\}$ ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita, ja $E(X_1) = 1$.
- $\{Y_1, Y_2, \dots\}$ ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita, ja $E(Y_1) = 2$.

Heitetään aluksi kolikkoa ja määritellään

$$S_n = \begin{cases} X_1 + X_2 + \dots + X_n, & \text{jos saadaan kruuna,} \\ Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n, & \text{jos saadaan klaava.} \end{cases}$$

Näytä, että

- (a) $E(S_n/n) = 3/2$.
- (b) $P(|S_n/n - 3/2| > 1/4)$ ei suppene nolnaan kun n kasvaa.
- (c) Onko ylläoleva havainto ristiriidassa suurten lukujen kanssa?